1015. locally bicompactly bounded ナ空間ニ就テ

寺阪　英孝（阪大）

§6. 二ツノ閉ヂタ$(\dot{K})$ノ和

前ニ定理4トシテ，二ツノ閉ヂタ$(\dot{K})$ノ和ハ高々$(\ddot{K})$ニナルコトヲ証明シ、参考定理1トシテ，$(\dot{K})$ノ和デ$(L\dot{K})$ニナルモノノ例ヲアゲタガ、ソノ序ニ問6トシテ，二ツノ閉ヂタ$(\dot{K})$ノ和ハ高々$(L\dot{K})$ナノデハアルマイカ．ト考ヘタノハ行過デアッテ，定理4ハ（少クモ $n=1$ ノ場合ニハ）ヨリ精密ニハナラナイコトガ分ッタカラ，コノ§デソレヲ証明スル、即チ

$\boxed{\text{参考定理2}}$ 二ツノ閉ヂタ$(\dot{K})$ノ和ハ$(\ddot{K})$ニナルコトガアル。

例：　$\{r_n\}$ヲ凡テノ有理数ノ集合トシ，三次空間 R^3

内デ

$$x = \gamma_n \ (n = 1, 2, \cdots\cdots)$$

ナル平面内ニ曲線

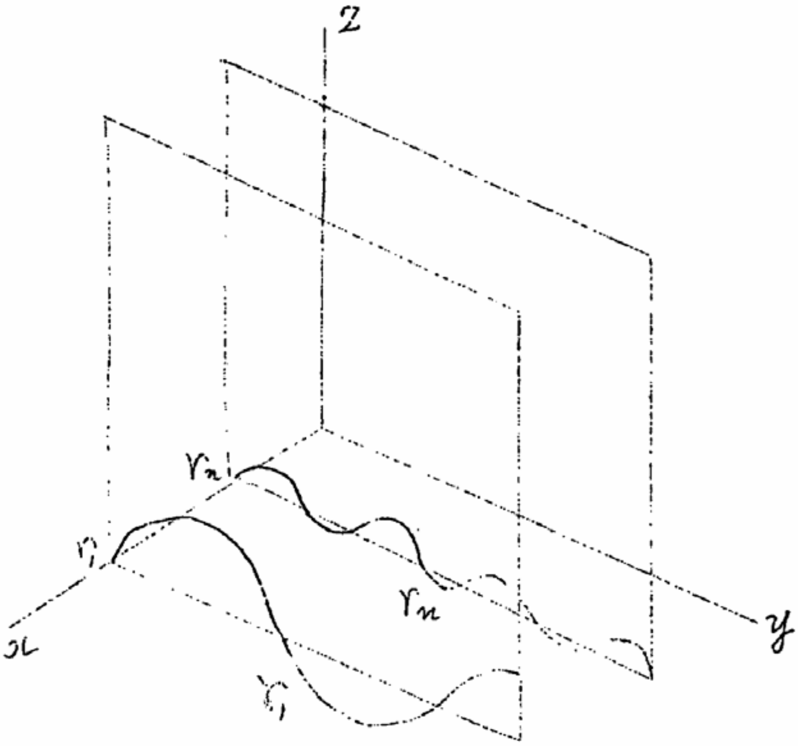
$$\gamma_n: \quad z = \frac{1}{3^n} \sin (3^n y)$$

ヲツクル. R^3空間カラ

$$\gamma = \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n$$

ナル集合ヲ除イタモノヲRトスル:

$$R = R^3 - \sum \gamma_n$$
$$= R^3 - \gamma$$



又Rト$z \geqq 0$トノ共通部ヲA, Rト$z \leqq 0$トノソレヲBトスレバ

$$R = A + B$$

デアッテ, コレガ求ムル例デアル. 即チRハ$(\ddot{K})$, ヲA, Bハイヅレモ$(\dot{K})$デアリ, Rニ於テ閉ヂテヰル。

(証) Rガ$(\ddot{K})$デアルコトヲ証明シヨウ. ソレニハ$z > 0$又ハ$z < 0$ナルR点ガ(LK)ナルコトハ明カ故, $z = 0$上ノR点ガ$(\ddot{K})$ナルコトヲ言ヘバヨイ. ソノタメニ$z = 0$上ノR点aヲ含ム有界ナ開集合(R^3ニ関スル)ヲOトスレバ, $O_R = O \cdot R$ノRニ関スル境界$\dot{O}_R$ガ少ツモ$(\dot{K})$

デアルコトヲ云ヘバヨイ.（高々（$\dot{K}$）デアルコトハ明）

今 $\{U\}$ ヲ

$$(※) \quad U\cdot O\neq 0, \quad U\cdot\dot{O}_R=0$$

ナル條件ヲ満足スル領域（連結ナ開集合）ノ凡テトシ

$$O^*=\sum_{U\in\{U\}}U$$

ト置ケバ

(i) O^* ハ開集合デ $O\subset O^*$

(ii) $\dot{O}_R=\dot{O}^*_R$

(iii) O^* ハ有界

ガ成立スル。

(i) ハ明デアル. (ii) ヲ證明スルタメニ, (※) ノ條件 $U\cdot O\neq 0$, $U\cdot\dot{O}_R=0$ ヲ満足スル一ツノ領域 U ニツキ, 点 $x\in U\cdot O$ ヲトル. 若シモ $U\cdot R=U-\gamma$ ガ O 以外ノ点 y ヲモ含ンダトスレバ, γ ノ性質カラ $U-\gamma$ ハ連結ナル故コレハ O ノ（R ニ關スル）境界 $\dot{O}_R$ ノ点ヲモ含ムコトニナリ $U\cdot\dot{O}_R=0$ ニ反スルコトヽナルカラ。$U\cdot R$ ハ O 以外ノ点ハ含マナイ。ソレ故

$$O^*\cdot R=\sum_{U\in\{U\}}U\cdot R\subset O\cdot R$$

(i) ヲ考慮ニ入レレバ $O^*\cdot R=O\cdot R$ トナリ, 従ッテ $\dot{O}_R=\dot{O}^*_R$ ガ分ッタ。

(iii) ハ今ノコトカラ又當然デアル。

以上ニヨリ, O ノ代リニ O^* ニツイテ, $\dot{O}^*_R$ ガ高々

(LK)デハアリ得ナイコトヲ証明スレバヨイ。

今 $\gamma \cdot O^*$ ニ属スル一点 p カラ，γ ニ属スル曲線 γ_n ヲヒキ，$\dot{O}^*$ ト交ハル点ヲ q トスレバ，q ハ $\dot{O}^*_R$ ノ集積点ニナル。何者，若シモ集積点デナカッタナラバ，$\dot{O}^*_R = \dot{O}_R$ ナルコトカラ，十分小サナ近傍（特ニ領域）$V \ni q$ ヲトレバ $V \cdot \dot{O}_R = 0$ ニナルトシ，コノ V ハ $V \cdot O^* \neq 0$ ナル故，

$$O^* = \sum_{U \in \{U\}} U$$ ノ一項 U ニ対シテ $V \cdot U \neq 0$ ニナル。ヨッテ $V + U$ ハ

$$(V+U) \cdot O \neq 0, \quad (V+U) \cdot \dot{O}_R = 0$$

ナル（※）ノ條件ヲ満足スル領域ダカラ，$O^* \supset V + U \ni q$ トナッテ $q \in \dot{O}^*$ ニ矛盾スル。即チ q ハ $\dot{O}^*_R$ ノ集積点デナケレバナラナイ。

ソコデ初メニ與ヘラレタ O ノ内点 $a \in O \cdot R$ ニ收歛シ且 γ 上ニアル点列 $p_1, p_2, \cdots\cdots$ ヲ考ヘ，ソレニ対スル $\dot{O}^*$ 上ノ点 $q_1, q_2, \cdots\cdots$ ノ集積点ヲ q トスレバ，q ハ a ヲ通リ y 軸ニ平行ナ直線上ノ点ナル故，γ ニ属セズ，従ッテ $\dot{O}^*_R$ 上ノ点デアルが，コノ q 点ノ $\dot{O}^*_R$ ニ関スル近傍ハ（LK）ニハナリ得ナイノデアル。何者，$\dot{O}^*_R$ ニ対スル q ノ如何ナル近傍ニモ $\dot{O}^*_R$ ニ属シナイ点 q_n ガアリ，而モ q_n ハ $\dot{O}^*_R$ ノ集積点ダカラデアル。

即チ $\dot{O}^*_R$．従ッテ $\dot{O}_R$ ガ（LK）デハナイ（勿論（K）デモナイ）コトガ分ッタカラ，R ガ $(\ddot{K})$ デアルコトガ証明出来タ。

次ニA及ビBガ夫々$(\dot{K})$デアルコトハγノ造リ方カラ容易ニ分ル故，証明ハ略ス．——

参考定理1，2及ビ定理3ヲ綜合スレバ

《二ツノ開ギタ$(\dot{K})$ノ和ハ$(\dot{K})$ニナルカ，$(L\dot{K})$ニナルカ，$(\ddot{K})$ニナルカラデアル》

尚帰納法ヨリ，定理4ハ次ノ定理ニ擴張出来ルコトヲ附加ヘテオキタイ．

$\boxed{\text{定理}4'}$　（開加法定理）二ツノ開ギタ(K^m)ト(K^n)トノ和ハ高々(K^{m+n})デアル．

ドノ程度ニ$m+n$ノ値ガ精密デアルカハ尚不明．